

что мы имеем дело с исследованием в области бесконечно-малого, исследованием, приводящим к результату, правильность которого будет затем доказана.

Изыскания в области бесконечно-малых, которые встречаются у древних авторов в тех случаях, когда они пользовались доказательством путем исчерпывания, можно свести, впрочем, к некоторым употребляемым еще и ныне методам исчисления бесконечно-малых. Так, можно утверждать, что не только вычисление объема пирамиды („Начала“, XII, 5) и площади параболического сегмента у Архимеда, но и вычисление площади круга (XII, 2) происходит с помощью сходящихся рядов, а также что Архимед, как мы увидим, прибегает к тем самым бесконечным суммам бесконечно-малых количеств, которые в настоящее время называются *определенными интегралами*. Доказательство путем исчерпывания обеспечивает строгое и точное применение этих способов, но древние авторы (если судить, по крайней мере, на основании сохранившихся до нашего времени трудов их) до того заняты вопросом об обеспечении этой строгости в каждом отдельном случае, что у них не остается ни места, ни времени, чтобы, выйдя из рамок занимающего их в данный момент вопроса, развить дальше методы, которыми они пользуются для получения своих результатов, и создать новые методы.

Когда в XVII в. ученые снова обратились к исследованиям в области бесконечно-малых, опираясь особенно на работы Архимеда, то их, главным образом, интересовал вопрос не только о том, чтобы понять, как он доказывает полученные им результаты, но также и о том, каким путем он пришел к ним и каким путем можно самому найти новые результаты. С этой целью и стали развивать новые методы. Тем не менее, в большинстве случаев продолжали обеспечивать строгость полученных мало-помалу результатов, либо пользуясь доказательством путем исчерпывания, либо, по крайней мере, ограничиваясь замечанием, что к ним можно применить это доказательство. Так, например, поступал Ферма (Fermat), и так продолжали даже поступать еще тогда, когда дифференциальное и интегральное исчисление было создано Ньютоном и Лейбницем.

Но зато с другой стороны, когда мало-помалу приучились пользоваться методами, дававшими новые результаты, и когда манипулирование бесконечно-малыми стало обыкновенным делом, то нередко стали пренебрегать логическими предосторожностями и логической строгостью, которую преследовало доказательство путем исчерпывания. Начали считать, что бесконечно-малые величины достаточно определяются одним своим наименованием, а в отдельных случаях доходили до того, что признавали какую-нибудь величину определенной некоторым бесконечным рядом, не убедившись даже в сходимости его.

Только в XIX в. ученые снова выдвинули со всей силой вопрос о точности доказательства, которой древние математики удовлетворяли посредством доказательства путем исчерпывания;